

3. Hausübung Mathematik und Statistik WNB

Dr. Katharina Mehner-Heindl, HS-Furtwangen, Fakultät Wirtschaftsinformatik

Abgabe: Donnerstag, 14.1.2010, bis 18h, Kasten I-Bau

Achtung, neuer Hinweis:

- Dies ist die 3. und letzte Hausübung mit 8 Punkten. Insgesamt gibt es für alle Hausübungen 24 Punkte. Sie benötigen 75%, also 18 Punkte, um zur Klausur zugelassen zu werden. Sollten Sie in den ersten beiden Übungen weniger als 10 Punkte gesammelt haben, bearbeiten Sie die Zusatzaufgaben, damit Sie noch 18 Punkte erreichen können.

Allgemeine Hinweise:

- Die Übungen können maximal in 3er Gruppen bearbeitet und abgegeben werden.
- Es wird bewertet, ob eine Aufgabe sinnvoll bearbeitet wurde. Dazu müssen alle Teilaufgaben bearbeitet werden. Sie werden zur Klausur zugelassen, wenn Sie 75% aller Hausübungen sinnvoll bearbeitet haben.

Matrikelnummer	Name, Vorname

1. Induktionsbeweis, korrigierte Version (1 Punkt)

Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass folgende Behauptung gilt für alle $n \geq 0$:

$$\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. Gleichungssysteme (1 Punkt)

Lösen Sie folgendes Gleichungssystem über die Matrizendarstellung.

$$\begin{aligned} -4x - 5y - 4z &= -16 \\ 6x + 10y + 8z &= -8 \\ 4z &= 36 \end{aligned}$$

04.01.2010

3. Folgen (3 Punkte)

a) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit eine Folge zu einem Grenzwert konvergiert?

b) Stellen Sie folgende Folge rekursiv dar:

$$a_1 = 0$$

$$a_2 = -1$$

$$a_3 = -2$$

$$a_4 = -3 \text{ usw.}$$

c) Geben Sie für folgende Folge, falls vorhanden, Infimum, Supremum und Grenzwert an. Ist die Folge monoton wachsend oder fallend? Wenn nötig, berechnen Sie einige Werte oder machen Sie sich eine Skizze, um eine Vorstellung von der Folge zu bekommen.

$$a_n = 1 - \frac{1}{n}$$

4. Rekursive Folge (2 Punkte)

Eine Population entwickle sich wie folgt. Der Wachstumsfaktor w sei 1,2 und $a_1 = 0,5$.

$$a_{n+1} = a_n(1 - a_n)w$$

a) Berechnen Sie die Folgewerte bis a_8 . Welche Monotonieeigenschaften hat die Folge in diesem Bereich?

b) Berechnen Sie den möglichen Grenzwert g mit $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = g$ und $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = g$. Ersetzen Sie a_{n+1} und a_n durch g in der Folgevorschrift und lösen Sie nach g auf.

5. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (1 Punkt)

Bestimmen Sie die mittlere Monatslänge (arithmetisches Mittel) in Tagen und die Standardabweichung für die Monate des Jahres.

Zusatzaufgabe (2 Punkte)

a) Lösen Sie folgendes Gleichungssystem:

$$5x + y + z = 8,5$$

$$-5x - z = -9,5$$

$$4x + z = 7,5$$

b) Skizzieren Sie folgende Folge. Wie lauten Definitions- und Wertebereich? Hat die Folge ein Infimum, Supremum oder einen Grenzwert? Ist die Folge monoton wachsend/fallend?

$$a_n = \sin(n)$$