

Musterlösung 2. Hausübung Mathematik und Statistik WNB

Dr. Katharina Mehner-Heindl, HS-Furtwangen, Fakultät Wirtschaftsinformatik

1. Rechnen mit komplexen Zahlen

Berechnen Sie die folgenden Terme. i ist die imaginäre Einheit. Stellen Sie das Ergebnis als komplexe Zahl $a + bi$ dar. Dabei sind a, b reelle Zahlen.

$$\text{a) } \sqrt{-25} = 5i \qquad \frac{3}{i} + 5i = \frac{3 \cdot i}{i \cdot i} + 5i = \frac{3 \cdot i}{-1} + 5i = -3i + 5i = 2i$$

$$\text{b) } i^{-4} = \frac{1}{i^4} = \frac{1}{i^2 \cdot i^2} = \frac{1}{(-1) \cdot (-1)} = 1 \qquad i^5 = i^2 \cdot i^2 \cdot i = (-1) \cdot (-1) \cdot i = i$$

2. Lineare Funktionen

Eine Maschine habe eine gewöhnliche Nutzungsdauer von 7 Jahren. Daher setzt man die lineare Abschreibung (Wertverlust) auf $1/7$ pro Jahr fest. Das heißt, die Maschine verliert jedes Jahr $1/7$ ihres ursprünglichen Werts.

a) Wie viel Prozent sind $1/7$ Abschreibung? $1/7 \approx 14,3\%$.

b) Bestimmen Sie die Funktion $f(x)$, mit der man den veränderten Wert der Maschine nach einem Jahr berechnen kann. Die Variable x sei der ursprüngliche Wert der Maschine. Bringen Sie die Funktion in die Form $f(x) = mx + n$. Dabei seien m, n reelle Zahlen. Geben Sie einen geeigneten Definitions- und Wertebereich an.

$$f(x) = x - 1/7x \Leftrightarrow f(x) = 6/7x, \text{ dies entspricht der Form } mx+n, f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \text{ oder } D = \mathbb{R}^+, W = \mathbb{R}^+$$

3. Nichtlineare Funktionen

Ein Blatt Papier mit der Fläche von 1m^2 und den Maßen $841\text{mm} \times 1189\text{mm}$ (Seitenverhältnis $1:\sqrt{2}$) entspricht der Norm DIN A0 des Deutschen Instituts für Normung. Ein Blatt Papier der Norm DIN A1 hat die Hälfte der Fläche, DIN A2 noch mal die Hälfte usw. bis DIN A10.

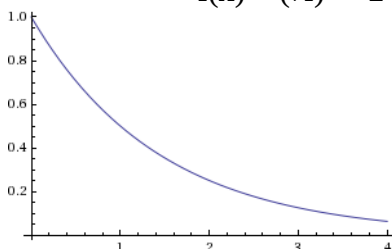
a) Bestimmen Sie die Größe der Fläche nach jeder Halbierung bis zum Format DIN A4. Geben Sie dazu y -Werte zu folgenden x -Werten in der Tabelle an. Der x -Wert entspricht der Nummer in der Norm. Die Einheit der y -Werte sei m^2 .

DIN Norm	DIN A0	DIN A1	DIN A2	DIN A3	DIN A4
x	0	1	2	3	4
y	1	$1/2$	$1/4$	$1/8$	$1/16$

(An den Brüchen lässt sich das Prinzip besser ablesen als an Dezimalzahlen.)

b) Wie lautet die Funktion, die durch die Wertepaare aus Aufgabenteil a) geht? Geben Sie einen geeigneten Definitions- und Wertebereich an.

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x}, f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+$$



4. Trigonometrische Funktionen

10.01.2010

a) Berechnen Sie ohne Taschenrechner:

Länge des Kreisbogen zum Winkel von 45 Grad = $\pi/4$,
denn 360 Grad entsprechen dem Umfang des Einheitskreise, $2\pi r$, mit Radius $r=1$.

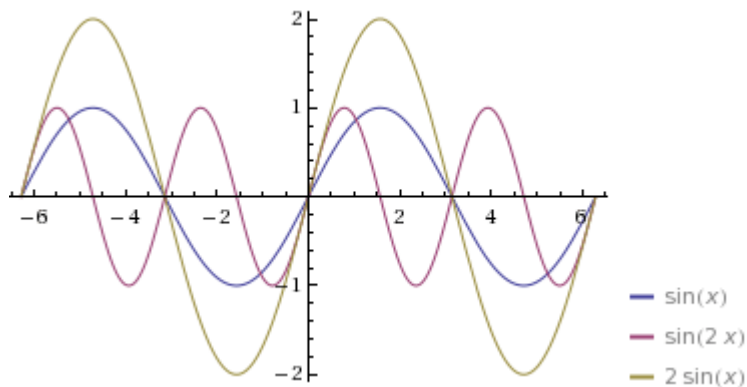
$$\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1, \text{ denn } \sin^2(x) + \cos^2(x) \text{ ist immer } 1.$$

b) Zeichnen Sie die folgenden Funktionen in ein Koordinatensystem. Wählen Sie den Ausschnitt von -2π bis 2π .

f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin(x)$

g: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \sin(2x)$

h: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = 2\sin(x)$



Diese Grafik erhält man, wenn man bei <http://www.wolframalpha.com/> folgendes eingibt:
`Plot[{Sin[x], Sin[2 x], 2 Sin[x]}, {x, -2pi, 2pi}]` es reicht auch `sin(x), sin(2x), 2sin(x)`.

c) Wie wirkt sich in der Aufgabe b) der Faktor 2 in den Funktionen $g(x)$ und $h(x)$ im Vergleich zur Funktion $f(x)$ auf die Funktionswerte aus?

Die Funktion $g(x)$ nimmt die Funktionswerte doppelt so oft an wie $f(x)$ (sogenannte halbe Periodenlänge).

Bei $h(x)$ sind die Funktionswerte doppelt so groß wie bei $f(x)$ (sogenannte doppelte Amplitude).